

# 정현파 전압 주입을 통한 매입형 영구자석 모터의 오프라인 제정수 추정

주지홍, 황철민, 하정익  
서울대학교

## Offline Parameter Estimation of Interior Permanent Magnet Motor Using Sinusoidal Voltage Injection

JiHong Joo, Cheolmin Hwang, Jung-Ik Ha  
Seoul National University

### ABSTRACT

모터 제정수의 정확한 추정은 영구자석 모터의 제어 성능 향상을 위해 필수적이다. 모터의 제정수는 자속 포화 등의 운전 조건에 따라 변동하기 때문에 여러 운전 조건에서의 모터 제정수를 사전에 추정하여 이를 모터 제어에 이용할 수 있다. 본 논문에서는 정현파 전압 주입 방법을 통해 전류 운전점별 모터의 제정수(동적 인덕턴스, d, q축 저항)를 추정하는 방법을 제안하고, 이를 모터 자속 포화를 고려한 시뮬레이션 모델을 통해 검증하였다.

### 1. 서론

모터는 현재 산업 및 기술 분야에서 다양한 역할을 수행하며, 전기 자동차와 가전 제품 등 다양한 분야에서 광범위하게 사용되고 있다. 모터의 제어 성능 향상을 위해서는 모터의 제정수의 정확한 추정이 필수적이다<sup>[1]</sup>. 동적 인덕턴스  $L_{dd}, L_{qq}, L_{dq}, L_{qd}$  와 d, q축 저항  $R_d, R_q$ 의 추정 값은 제어 대상인 모터의 동적 특성을 모델링하고 제어기의 이득을 설정하는 데에 사용할 수 있다.

본 논문에서는 정지된 모터의 회전자 좌표계 d, q축에 정현파 전압을 두 단계에 걸쳐 주입하여 매입형 영구자석 모터 제정수  $R_d, R_q, L_{dd}, L_{qq}, L_{dq}, L_{qd}$ 를 추정하는 방법을 제안한다. 마지막으로 자속 포화를 반영한 시뮬레이션을 통해 제안된 방법을 검증한다.

### 2. 제정수 추정 방법

#### 2.1 모터 모델

##### 2.1.1 주입 전압에 대한 임피던스 모델

회전자 좌표계에서 매입형 영구자석 모터의 전압 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} v_{ds}^r \\ v_{qs}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d & 0 \\ 0 & R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{ds}^r \\ \lambda_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{ds}^r \\ \lambda_{qs}^r \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $i_{ds}^r, i_{qs}^r$ 은 회전자 좌표계 d, q축 전류,  $\omega_r$ 은 모터의 전기각속도,  $\lambda_{ds}^r, \lambda_{qs}^r$ 는 회전자 좌표계 d, q축 쇠교 자속이다. 모터가 정지되어 있을 때 모터의 전압방정식은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} v_{ds}^r \\ v_{qs}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d & 0 \\ 0 & R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dd} & L_{dq} \\ L_{qd} & L_{qq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $L_{dd}$ 는  $\lambda_{ds}^r$ 의  $i_{ds}^r$ 에 대한 편미분,  $L_{dq}$ 는  $\lambda_{ds}^r$ 의  $i_{qs}^r$ 에 대한 편미분,  $L_{qd}$ 는  $\lambda_{qs}^r$ 의  $i_{ds}^r$ 에 대한 편미분,  $L_{qq}$ 는  $\lambda_{qs}^r$ 의  $i_{qs}^r$ 에 대한 편미분이다. 회전자 좌표계의 d, q축에 고주파수 전압을 주입했을 때 고주파수 주입 전압  $v_{dsh}^r, v_{qsh}^r$ 과 그로 인해 유기된 d, q축 고주파수 전류  $i_{dsh}^r, i_{qsh}^r$ 은 (3)의 관계를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} v_{dsh}^r \\ v_{qsh}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d & 0 \\ 0 & R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dsh}^r \\ i_{qsh}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dd} & L_{dq} \\ L_{qd} & L_{qq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dsh}^r \\ i_{qsh}^r \end{bmatrix} \quad (3)$$

##### 2.1.2 고정자 저항

일반적으로 3상 권선의 저항이  $R_s$ 로 동일하다면  $R_d = R_q = R_s$ 이다. 하지만 고정자 저항은 온도 등에 의하여 변한다는 점과 제작 공차 등을 고려할 때 실제로 3상의 고정자 저항 값이 완전히 같을 수 없기에 이 논문에서는 d축 저항과 q축 저항을 각각 모델링하였다.

#### 2.2 모터 제정수 추정

모터의 d, q축에 정현파 전압을 주입하면 식 (3)의 두 방정식에서 전류의 크기 및 위상 정보를 통해 4개의 방정식을 얻을 수 있다. 하지만 구하고자 하는 제정수는 여섯 개이므로, 그림 1과 같이 d, q축에 정현파 전압을 두 단계에 걸쳐 주입하여 랭크 부족 문제를 해결한다.

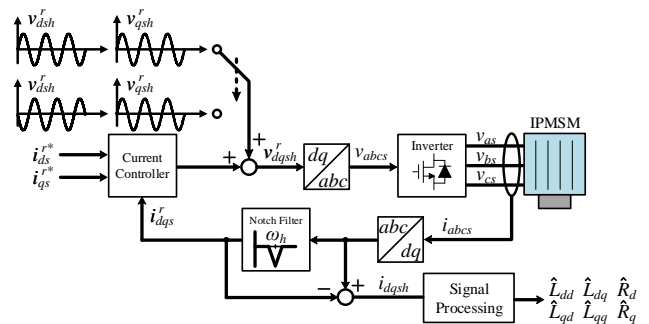


그림1 모터 제정수 추정 시스템의 블록 다이어그램

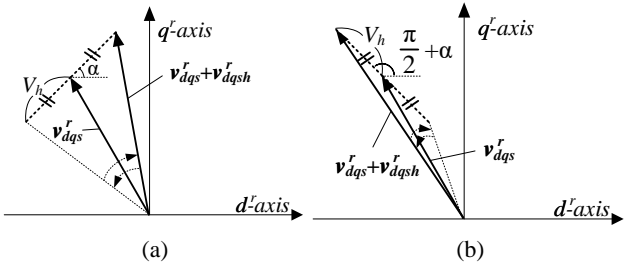


그림 2 회전자 좌표계 d, q 축에서 표현된 주입 전압

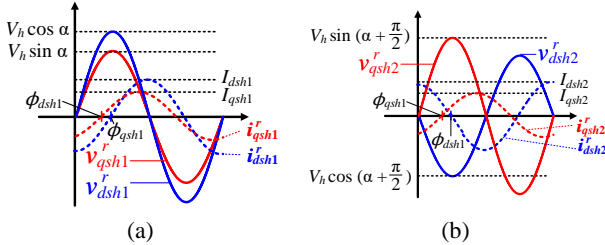


그림 3 고주파수 주입 전압과 유기된 전류 파형 예시

### 2.2.1 d, q축 정현파 전압 주입

그림 1에서처럼 두 단계에 걸쳐 다른 방식으로 각주파수가  $\omega_h$  인 정현파 전압을 d, q축에 주입한다. 식 (4)는 d, q 평면에서 d축에 대해  $\alpha$ 의 각도로 정현파 전압을 주입하는 경우로 그림 2와 3의 (a)에 해당하고, 식 (5)는 d, q평면에서 첫 번째 전압 주입에 대해 수직인 방향으로 전압을 주입하는 경우로 그림 2와 그림 3의 (b)에 해당한다. 그림 3에서  $v_{dqs}^r + v_{dqs}^r$ 의 중점은 점선 상에 위치한다.  $V_h$ 는 주입 전압의 d, q평면에서의 최대 크기이고  $I_{dsh1}, I_{qsh1}, I_{dsh2}, I_{qsh2}$ 는 전압 주입에 의해 유기된 d, q축 전류의 진폭이다. 주입된 전압에 대한 전류의 위상 지연은  $\phi_{dsh1}, \phi_{qsh1}, \phi_{dsh2}, \phi_{qsh2}$ 이다. 밑 첨자에서의 1과 2는 서로 다른 전압 주입 방법의 순서이다.

한 축에만 전압을 주입하면 ( $\alpha = n\pi/2, n$ 은 정수) 다른 축에 유기되는 전류의 크기가 작기 때문에 신호 대 잡음비를 고려해 두 축에 동시에 전압을 주입하는  $\alpha$ 값을 택해야 한다.

추정된 모터 제정수는 전류 제어기 이득에 이용되므로, 주입 주파수  $\omega_h$ 는 전류 제어기의 대역폭을 고려하여 선택하여야 한다.

$$\begin{cases} v_{dsh1}^r(t) = V_h \cos \alpha \cos(\omega_h t) \\ v_{qsh1}^r(t) = V_h \sin \alpha \cos(\omega_h t) \\ i_{dsh1}^r(t) = I_{dsh1} \cos(\omega_h t - \phi_{d1}) \\ i_{qsh1}^r(t) = I_{qsh1} \cos(\omega_h t - \phi_{q1}) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} v_{dsh2}^r(t) = V_h \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega_h t) \\ v_{qsh2}^r(t) = V_h \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega_h t) \\ i_{dsh2}^r(t) = I_{dsh2} \cos(\omega_h t - \phi_{d2}) \\ i_{qsh2}^r(t) = I_{qsh2} \cos(\omega_h t - \phi_{q2}) \end{cases} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)를 페이지로 나타내고 이를 식 (3)에 대입하여 정리하면 식 (6)과 (7)의 두 연립방정식을 얻을 수 있다. 여기서  $\theta_1, \theta_2$ 는 각각  $\phi_{d1} - \phi_{q1}, \phi_{d2} - \phi_{q2}$ 이다.

식 (6)과 (7)의 계수 행렬은 그림 4의 헤테로다인 신호 처리 방법을 이용하여 구한다. 신호 처리 과정에서 디지털 제어에 의한 지연과 평균 전압 인가 시점이 고려되었다.

$$\begin{bmatrix} I_{dsh1} & 0 & -\omega_h I_{qsh1} \sin \theta_1 \\ 0 & \omega_h I_{dsh1} & \omega_h I_{qsh1} \cos \theta_1 \\ I_{dsh2} \cos \theta_2 & -\omega_h I_{dsh2} \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & \omega_h I_{dsh2} & \omega_h I_{qsh2} \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_d \\ L_{dd} \\ L_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_h \cos \alpha \cos(\phi_{d1}) \\ V_h \cos \alpha \sin(\phi_{d1}) \\ -V_h \sin \alpha \cos(\phi_{q2}) \\ -V_h \sin \alpha \sin(\phi_{d2}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} I_{qsh2} & 0 & -\omega_h I_{dsh2} \sin \theta_2 \\ 0 & \omega_h I_{qsh2} & \omega_h I_{dsh2} \cos \theta_2 \\ I_{qsh1} \cos \theta_1 & -\omega_h I_{qsh1} \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & \omega_h I_{qsh1} & \omega_h I_{dsh1} \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_q \\ L_{qq} \\ L_{qd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_h \cos \alpha \cos(\phi_{q2}) \\ V_h \cos \alpha \sin(\phi_{q2}) \\ V_h \sin \alpha \cos(\phi_{d1}) \\ V_h \sin \alpha \cos(\phi_{q1}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

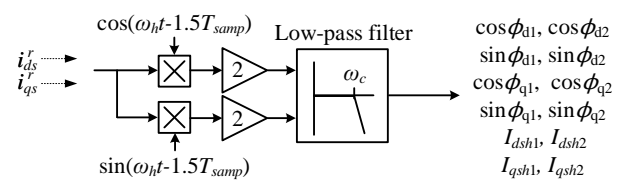


그림 4 연립방정식 계수 계산을 위한 헤테로다인 신호 처리

### 2.2.2 모터 제정수 계산

식 (6)과 (7)의 연립 방정식은 방정식의 수가 구하고자 하는 모터 제정수의 수보다 많기 때문에, 최소 평균 제곱 오차를 갖는 해를 계산하는 식 (8)을 이용하여 제정수를 계산하였다. 여기서  $A$ 는 계수행렬,  $b$ 는 상수 벡터이다.

$$A^T A x = A^T b \quad (8)$$

## 3. 모의 실험

Matlab/Simulink를 이용한 모터 제정수 추정 모의 실험이 진행되었다. 모터 모델에는 54 kW급 차량용 모터의 유한 요소 해석 데이터가 이용되었다. 모의 실험에서의 스위칭 주파수는 10 kHz, 주입 전압의 주파수는 500 Hz,  $V_h = 10$  V,  $\alpha = -\pi/12$ 로 설정하였다. 또한 실제 실험에서는 그림 10의 (a)에서 볼 수 있듯이 아날로그-디지털 변환 양자화 문제가 발생한다. 이에 모의 실험에서는 16 bit의 디지털-아날로그 변환에 따른 양자화 오차를 반영하였다.

### 3.1 모의 실험 결과

$i_{ds}^r = -160$  A,  $i_{qs}^r = 200$  A 인 운전점에서의 모터 제정수 추정 결과를 그림 5~7에 나타내었다. 그림 5는 d, q축 전압 지령과 d, q축 전류의 파형을, 그림 6과 7은 이 때의 모터 제정수 추정 파형을 나타낸 것이다.

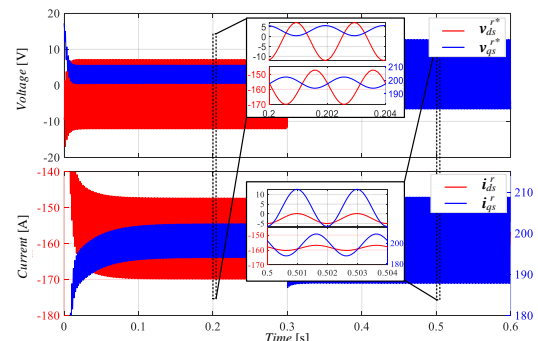


그림 5 d, q축 전압 지령과 d, q축 전류 파형

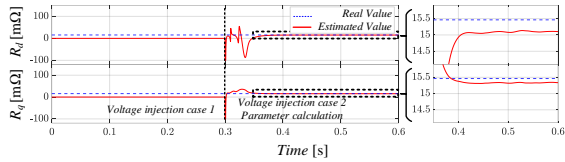


그림 6  $R_d, R_q$  추정 결과

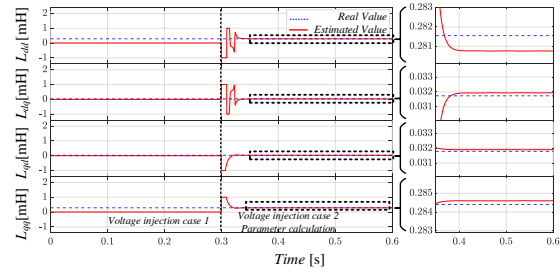


그림 7 동적 인덕턴스 추정 결과

그림 8과 9는 각각 64개의 전류 운전점별  $L_{dd}, L_{qq}, L_{dq}, L_{qd}$  와  $R_d, R_q$  추정 값의 상대 오차를 백분율과 그 크기의 평균을 나타낸 것으로 높은 정확도의 추정 성능을 보인다.

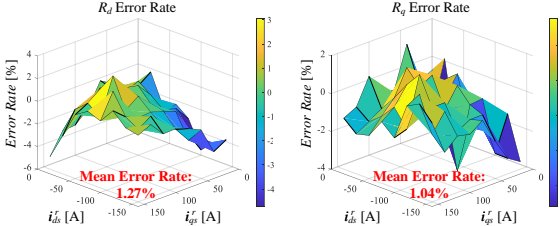


그림 8  $R_d, R_q$  추정 값 상대 오차 백분율

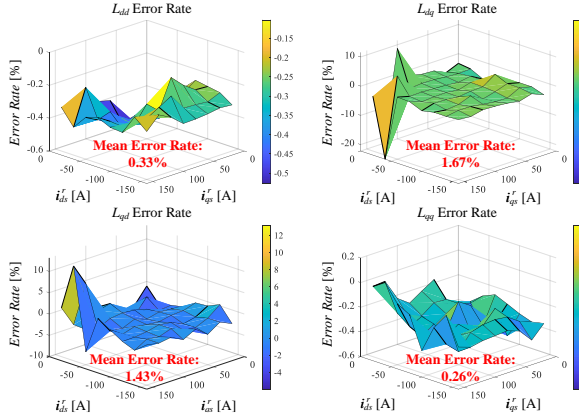


그림 9 동적 인덕턴스 추정 값 상대 오차 백분율

$L_{dq}, L_{qd}$ 의 오차율이 큰 운전점은  $L_{dq}, L_{qd}$ 의 값이 매우 작은 지점이다. 추정된  $L_{dq}, L_{qd}$ 의 값이 다른 운전점에서의 값보다 현저히 작은 경우 추정된 제정수의 정확성과 제어 제정수로서의 유효성에 대한 고려가 필요하다.

### 3.2 잡음의 영향

그림 11과 12는 전류에 잡음을 그림 10의 (b)처럼 추가하여 진행한 모터 제정수 추정 결과의 상대 오차 백분율이다. 동적 인덕턴스는 잡음의 영향을 적게 받지만  $R_d, R_q$  추정 값은 잡음에 취약하다는 것을 확인할 수 있다. 이는 식 (6)과 (7)의 1, 3번째 방정식의 계수 크기 차이에 의해 인덕턴스보다 저항의 오차가 크게 나타나기 때문이다.

따라서 정확한 제정수 추정을 위해 연립방정식 계수의 값을 확인하며 주입 전압의 크기 및  $\alpha$ 값을 적절히 선택해야 한다.

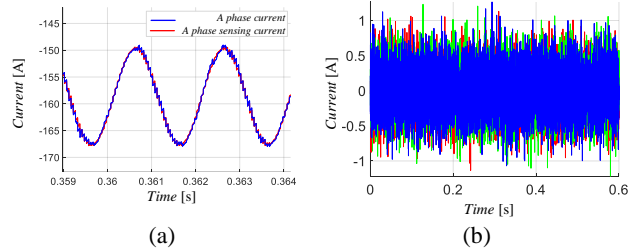


그림 10 아날로그-디지털 변환 양자화 및 전류 잡음

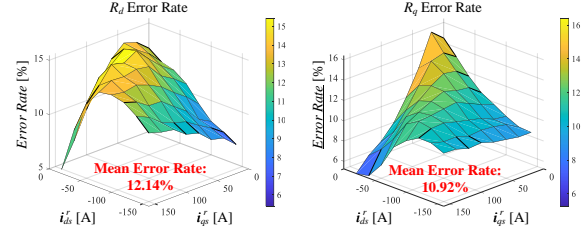


그림 11  $R_d, R_q$  추정 값 상대 오차 백분율 (잡음 포함)

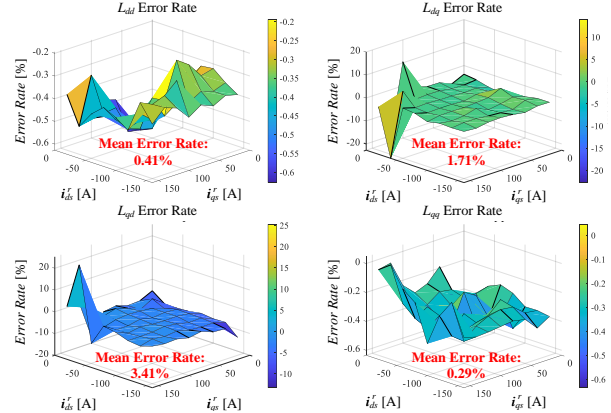


그림 12 동적 인덕턴스 추정 값 상대 오차 백분율 (잡음 포함)

## 4. 결론

본 논문에서는 매입형 영구자석 모터의 d, q 축에 정현파 전압을 주입하여 상호 간섭 성분을 포함한 동적 인덕턴스 및 d, q 축 저항을 구하는 방법을 제안하였고, 이를 모의 실험을 통하여 검증하였다. 모의 실험에서는 아날로그-디지털 변환기에 의한 양자화와 측정 상의 잡음에도 동적 인덕턴스를 높은 정확도로 추정할 수 있음을 확인하였다.

이 논문은 서울대학교 전력연구소의 연구비 지원에 의하여 연구되었음

## 참고 문헌

- [1] F. Briz, M. W. Degner and R. D. Lorenz, "Analysis and design of current regulators using complex vectors," IAS '97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second IAS Annual Meeting, New Orleans, LA, USA, 1997, pp. 1504-1511.