

비대칭 PWM 제어 기반 LLC 공진형 컨버터의 소신호 모델

박광민, 김나연, 이귀준
한국교통대학교

Small-Signal Model of Asymmetric PWM Control based LLC Resonant Converter

Gwang-Min Park, Na-Yeon Kim, Kui-Jun Lee
Korea National University of Transportation

ABSTRACT

본 논문은 LLC 공진형 컨버터의 비대칭 PWM 제어 소신호 모델을 제안한다. LLC 공진형 컨버터는 넓은 범위에서 동작하는 공진형 컨버터이다. 최근 공진형 컨버터의 PFM 제어 방식으로 많은 연구가 되어왔지만, 비대칭 PWM 제어에 대한 연구는 아직 미비하다. 본 논문은 비대칭 PWM으로 제어하였을 때 LLC 공진형 컨버터를 해석하고, 이를 Matlab과 PLECS로 시뮬레이션 하였다.

1. 서론

최근 고효율 및 고밀도 전력을 갖는 DC/DC 컨버터의 관심이 높아짐에 따라 공진형 컨버터의 연구가 활발하게 되고 있다. 공진형 컨버터는 LC공진회로에서 공진 하여 소프트 스위칭(Soft Switching)으로 스위칭 손실을 저감시켜 고주파수에서 동작하여 고밀도 전력으로 설계할 수 있는 DC/DC 컨버터이다. 공진형 컨버터는 PWM과 PFM 2가지 제어 방식이 있다. 일반적으로는 PFM 제어를 많이 사용하기 때문에 최근까지 PFM제어를 기반으로 한 연구가 많이 되어왔다. 하지만 LLC 공진형 컨버터와 같이 부하에 따라 동작점이 변동되는 컨버터는 조건에 따라 위상천이(Phase-Shift) PWM 또는 비대칭 PWM으로 제어해야 효율이 개선되는 상황이 있다. 본 논문은 그 중에 비대칭 PWM^[1](Asymmetric PWM, APWM) 제어를 기반으로 LLC 공진형 컨버터를 CCM의 동작 상태에서 해석 및 소신호 모델링을 하고, 이를 Matlab과 PLECS로 시뮬레이션 하여 교차 검증을 하였다.

2. 본론

2.1 소신호 모델링

그림1은 풀-브리지 LLC 공진형 컨버터의 등가회로이다.

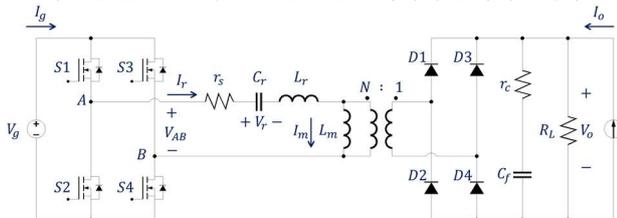


그림 1 풀-브리지 LLC 공진형 컨버터
Fig.1 Full-Bridge LLC Resonant Converter

LLC 공진형 컨버터는 일반적인 상태공간평균화(State-Space averaging)로 평균화할 경우 공진회로의 LC가 0이 된다. 따라서 소신호 모델링 하기 위해서는 EDF^[2](Extended Describing Function)을 사용하여 모델링을 하여야 한다. 이를 위해서는 우선 비선형 상태방정식 식(1)을 구하였다.

$$V_{AB} = i_r r_s + v_r + L_r \frac{di_r}{dt} + \text{sgn}(i_r - i_m) v_{cf} \cdot n \quad (1)$$

$$L_m \frac{di_m}{dt} = \text{sgn}(i_r - i_m) v_{cf} \cdot n$$

$$i_r = C_r \frac{dv_r}{dt}$$

$$\left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right) C_f \frac{dv_{cf}}{dt} + \frac{1}{R_L} v_{cf} = |i_r - i_m| \cdot n + i_o$$

$$v_o = r'_c (|i_r - i_m| \cdot n + i_o) + \left(\frac{r'_c}{r_c}\right) v_{cf}$$

$$i_g = \frac{1}{T} \int_0^T i_r \frac{v_{AB}(t)}{v_g} dt, \quad r'_c = \frac{r_c R}{r_c + R}$$

비대칭 PWM의 V_{AB} 파형은 그림 2와 같다. 비대칭 PWM의 전달비는 듀티 0.5에서 최대이고, 이를 기준으로 0에서 0.5까지 0.5에서 1까지의 듀티는 대칭적인 전달비를 갖고 있다. 비선형 상태방정식을 근사화 하기 위해서는 EDF로 공진회로의 상태 변수들을 각각 Sine과 Cosine으로 근사화 할 수 있다.

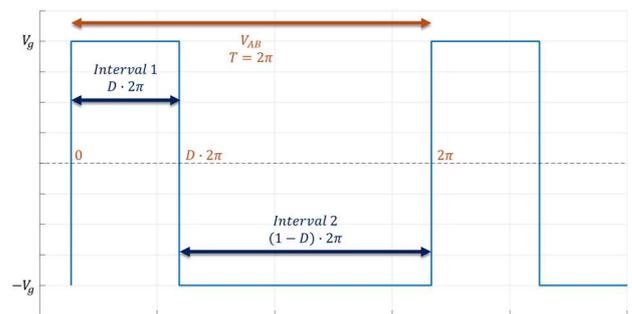


그림 2 비대칭 PWM의 V_{AB} 파형
Fig.2 Waveform of Asymmetric PWM V_{AB}

위 파형을 기반으로 EDF를 적용하면 식 (2)를 구할 수 있다.

$$v_{AB}(v_g, d) \approx f_1(v_g, d) + f_2(v_g, d) \sin \omega_s t + f_3(v_g, d) \cos \omega_s t \quad (2)$$

$$\text{sgn}(i_r - i_m) v_{cf} \approx f_4(i_{rs} - i_{ms}, v_{cf}) \sin \omega_s t + f_5(i_{rc} - i_{mc}, v_{cf}) \cos \omega_s t$$

$$|i_r - i_m| \approx f_6(i_{rs} - i_{ms}, i_{rc} - i_{mc}), \quad i_g = f_7(i_s, d)$$

식 (2)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (3)를 얻을 수 있다.

비대칭 PWM은 위상천이 PWM과 다르게 V_{AB} 파형의 EDF에 DC항이 추가된다. 이를 v_{DC} 에 대한 상태방정식을 추가로 세워주고 v_{rs} 와 v_{rc} 의 정상상태 해 크기에 비를 구한 뒤에 이를 γ 로 정의하여 v_{DC} 의 크기를 적용하였다.

$$\begin{aligned} i_{rs}r_s + v_{rs} + L_r \left(\frac{di_{rs}}{dt} - \omega_s i_{rc} \right) + L_m \left(\frac{di_{ms}}{dt} - \omega_s i_{mc} \right) &= V_{es} \quad (3) \\ i_{rc}r_s + v_{rc} + L_r \left(\frac{di_{rc}}{dt} + \omega_s i_{rs} \right) + L_m \left(\frac{di_{mc}}{dt} + \omega_s i_{ms} \right) &= V_{ec} \\ L_m \left(\frac{di_{ms}}{dt} - \omega_s i_{mc} \right) &= \frac{4n}{\pi} \frac{i_{rs} - i_{ms}}{i_p} v_{cf} \\ L_m \left(\frac{di_{mc}}{dt} + \omega_s i_{ms} \right) &= \frac{4n}{\pi} \frac{i_{rc} - i_{mc}}{i_p} v_{cf} \\ i_{rs} &= C_r \left(\frac{dv_{rs}}{dt} - \omega_s v_{rc} \right), \quad i_{rc} = C_r \left(\frac{dv_{rc}}{dt} + \omega_s v_{rs} \right) \\ v_{DC} &= v_g(2d - 1)\gamma \\ \left(1 + \frac{r_c}{R} \right) C_f \frac{dv_{cf}}{dt} + \frac{1}{R_L} v_{cf} &= \frac{2}{\pi} i_p + i_o, \quad r_c' \left(\frac{2}{\pi} i_p + i_o \right) + \left(\frac{r_c'}{r_c} \right) v_{cf} = v_o \\ i_g &= \frac{1}{\pi} (i_{rs} - i_{ms}) + i_{rc} \sin 2\pi d \\ V_{es} &= \frac{2v_g}{\pi} (1 - \cos 2\pi d), \quad V_{ec} = \frac{2v_g}{\pi} \sin 2\pi d \\ R_e &= \frac{8n^2}{\pi^2} R_L, \quad \alpha = (1 - \Omega_s^2 L_r C_r), \quad \beta = \Omega_s C_r (R_e + r_s) \\ \gamma &= \frac{(\Omega_s L_m \beta - R_e \alpha)(\Omega_s L_m \alpha - R_e (\Omega_s C_r R_e - \beta))}{(\Omega_s L_m \beta - R_e \alpha)^2 + (\Omega_s L_m \alpha - R_e (\Omega_s C_r R_e - \beta))^2} \end{aligned}$$

최종적으로 식 (3)을 가지고 변동 및 선형화를 하여 식 (4)의 상태행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} S_{as} &= \frac{4n}{\pi} \frac{(i_{rc} - i_{mc})^2}{i_p^3} v_{cf}, \quad S_{ac} = \frac{4n}{\pi} \frac{(i_{rs} - i_{ms})(i_{rc} - i_{mc})}{(i_p^3)^2} v_{cf} \quad (4) \\ K_{as} &= \frac{2n}{\pi} \frac{i_{rs} - i_{ms}}{i_p}, \quad K_{ac} = \frac{2n}{\pi} \frac{i_{rc} - i_{mc}}{i_p} \\ C_{as} &= \frac{4n}{\pi} \frac{(i_{rs} - i_{ms})(i_{rc} - i_{mc})}{(i_p^3)^2} v_{cf}, \quad C_{ac} = \frac{4n}{\pi} \frac{(i_{rs} - i_{ms})^2}{i_p^3} v_{cf} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ds} &= \frac{2}{\pi} (1 - \cos 2\pi D), \quad E_{ds} = 4V_g \sin 2\pi D \\ V_{dc} &= \frac{2}{\pi} \sin 2\pi D, \quad E_{dc} = 4V_g \cos 2\pi D \\ W_{ds} &= L_r i_{rc}, \quad W_{dc} = -L_r i_{rs} \\ I_d &= 2(-I_s \sin 2\pi D + I_c \cos 2\pi D) \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{r_s + S_{as}}{L_r} & \frac{L_r \Omega_s + S_{ac}}{L_r} & -\frac{1}{L_r} & 0 & \frac{S_{as}}{L_r} & -\frac{S_{ac}}{L_r} & -\frac{2K_{as}}{L_r} & 0 \\ -\frac{L_r \Omega_s + C_{as}}{L_r} & -\frac{r_s + C_{ac}}{L_r} & 0 & -\frac{1}{L_r} & -\frac{C_{as}}{L_r} & \frac{C_{ac}}{L_r} & -\frac{2K_{ac}}{L_r} & 0 \\ \frac{1}{C_r} & 0 & 0 & \frac{C_r \Omega_s}{C_r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{C_r \Omega_s}{C_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{S_{as}}{L_m} & -\frac{S_{ac}}{L_m} & 0 & 0 & -\frac{S_{as}}{L_m} & \frac{S_{ac} + L_m \Omega_s}{L_m} & \frac{2K_{as}}{L_m} & 0 \\ \frac{C_{as}}{L_m} & \frac{C_{ac}}{L_m} & 0 & 0 & \frac{C_{as} - L_m \Omega_s}{L_m} & -\frac{C_{ac}}{L_m} & \frac{2K_{ac}}{L_m} & 0 \\ \frac{K_{as} r_c'}{C_f r_c} & \frac{K_{ac} r_c'}{C_f r_c} & 0 & 0 & -\frac{K_{as} r_c'}{C_f r_c} & -\frac{K_{ac} r_c'}{C_f r_c} & -\frac{r_c'}{RC_f r_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{V_{ds}}{L_r} & \frac{E_{ds}}{L_r} & \frac{W_{ds}}{L_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{dc}}{L_r} & \frac{E_{dc}}{L_r} & \frac{W_{dc}}{L_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_r V_c}{L_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{C_r V_s}{C_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_m i_{mc}}{L_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L_m i_{ms}}{L_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_c'}{C_f r_c} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{x} = \begin{pmatrix} i_{rs} \\ i_{rc} \\ v_s \\ v_c \\ i_{ms} \\ i_{mc} \\ v_{cf} \\ v_{DC} \end{pmatrix} \hat{u} = \begin{pmatrix} v_g \\ d \\ f_{SN} \\ i_o \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} r_c' K_{as} & r_c' K_{ac} & 0 & 0 & -r_c' K_{as} & -r_c' K_{ac} & \frac{r_c'}{r_c} & 0 \\ \frac{1}{\pi} (1 - \cos 2\pi D) & \frac{1}{\pi} \sin 2\pi D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & r_c' \\ 0 & I_d & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.2 시뮬레이션

시스템 파라미터 값은 표 1과 같다. 시뮬레이션은 위 식 (4) 상태행렬을 Matlab으로 주파수 응답을 시뮬레이션 하였고, Plects로 시뮬레이션 측정하여 교차 검증을 하였다.

표 1 시스템 파라미터

Table 1 System parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
V_g	120 V	L_m	400 μH
L_r	198 μH	C_r	51 nF
C_f	32 μF	R_L	5 Ω
V_o	50 V	n	2 : 1

그림 3은 표 1의 동작점에서 선간-출력, 제어(듀티)-출력, 제어(주파수)-출력 각각 3가지 전달함수의 주파수 응답 결과를 스위칭 주파수 절반까지의 범위로 나타내었다.

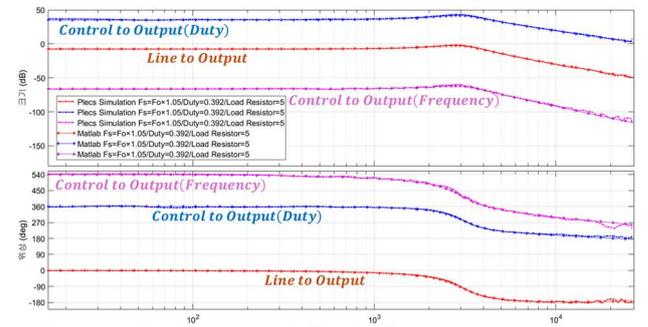


그림 3 LLC 공진형 컨버터의 주파수 응답
Fig.3 Frequency response of LLC resonant converter

3. 결론

본 논문은 비대칭 PWM 기반 LLC 공진형 컨버터를 CCM 동작에서 소신호 모델로 제한하였고, 이를 시뮬레이션으로 교차 검증하였다. 이를 통해 비대칭 PWM 제어 일 때 주파수 응답의 이득과 위상을 확인할 수 있었고, 이를 기반으로 제어기 설계에 대한 방안을 제시한다.

본 연구는 2024년 한국교통대학교 지원을 받아 수행하였음.

참고 문헌

- [1] P. K. Jain, A. St-Martin and G. Edwards, "Asymmetrical pulse-width-modulated resonant DC/DC converter topologies," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, no. 3, pp. 413-422,
- [2] E. X. Yang, F. C. Lee and M. M. Jovanovic, "Small-signal modeling of series and parallel resonant converters," [*Proceedings*] *APEC '92 Seventh Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition*, Boston, MA, USA, 1992, pp. 785-792